

С-9. Арифметический квадратный корень

1. Какие из данных утверждений являются верными, а какие нет?

а) $\sqrt{25} = \pm 5$;

г) $\sqrt{25} = 4,5$;

б) $\sqrt{25} = -5$;

д) $\sqrt{-25} = -5$.

в) $\sqrt{25} = 5$;

Верные утверждения	Неверные утверждения

2. Вычислите:

а) $\sqrt{1} - \sqrt{4} + \sqrt{9} - \sqrt{16} + \sqrt{0}$;

б) $\sqrt{25} + \sqrt{36} - (\sqrt{49} - \sqrt{64}) + \sqrt{100}$;

в) $\sqrt{100} - \sqrt{10000} + \sqrt{1000000} + \sqrt{1}$;

г) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,0001}$.

3. Вычислите:

а) $(\sqrt{9})^2 - (\sqrt{16})^2 + (\sqrt{121})^2$;

б) $(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{131})^2$;

в) $\left(\sqrt{\frac{1}{16}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{25}{16}}\right)^2$;

г) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2$.

4. Даны графики функций:

а) $y = 3 - \sqrt{x+1}$;

г) $y = \frac{\sqrt{x+13}}{4}$;

б) $y = x^2 - 2$;

д) $y = (20x - 7)^2 - 13\sqrt{x-10}$.

в) $y = \sqrt{x} - \sqrt{3} + 1$;

107

Вариант 2

Заполните таблицу:

График функции проходит через точку $A(3; 1)$	График функции не проходит через точку $A(3; 1)$

5. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел, найдите значения функции $y = \sqrt{x+1} - 1$ при данных значениях переменной:

x	120	1088	2915	3720	4355	5775	9603
y							

8. Решите уравнения:

а) $\sqrt{x}=7$;

в) $2\sqrt{x}-3=0$;

б) $\sqrt{x}-8=0$;

г) $\sqrt{2x+1}=-7$.

9*. Решите уравнения:

а) $(\sqrt{x}-7) \cdot (x-7)=0$;

б) $(\sqrt{x}-7) \cdot (x+7)=0$.

108

С-9. Арифметический квадратный корень

10*. Выберите утверждение, объясняющее, почему корень из данного числа не является натуральным числом.

а) Квадраты натуральных чисел не могут оканчиваться данной цифрой.

б) Данное число находится между двумя соседними числами в таблице квадратов натуральных чисел.

в) Данное число делится на 3, но не делится на 9.

г) Данное число при делении на 3 дает в остатке 2.

С-11. Значения квадратного корня.

Функция $y = \sqrt{x}$ и ее свойства

1. Заполните таблицу значений функции на отрезке $[0; 4]$.

x	0	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{16}{49}$	1	$\frac{9}{4}$	$\frac{64}{49}$	$\frac{100}{49}$	4
$\sqrt{x}$										

Определите по таблице те значения переменной, для которых верны высказывания:

Высказывание	$x = \sqrt{x}$	$x > \sqrt{x}$	$x < \sqrt{x}$
Те значения переменной, для которых высказывание верно			

2. Используя таблицу квадратов, найдите абсциссы точек графика функции $y = \sqrt{x}$ по их ординатам:

x							
$y = \sqrt{x}$	14	29	41	48	72	87	93

3. Используя таблицу квадратов, найдите ординаты точек графика функции $y = \sqrt{x}$ по их абсциссам:

x	841	1444	2401	5476	6724	7056	9216
$y = \sqrt{x}$							

4. Используя свойства функции $y = \sqrt{x}$, запишите числа в порядке возрастания: $\sqrt{62}$; $\sqrt{21}$; $\sqrt{0,62}$; $\sqrt{2,1}$; $\sqrt{\frac{62}{99}}$.

5. Запишите числа в порядке убывания:

$$\sqrt{99} + \sqrt{62}; \sqrt{99} + \sqrt{21}; \sqrt{99} + \sqrt{0,62}; \sqrt{99} + \sqrt{2,1}; \sqrt{99} + \sqrt{\frac{62}{99}}.$$

112

С-11. Значения квадратного корня. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее свойства

6. Найдите сумму двух соседних целых чисел, между которыми находится данное число:

Данное число	$\sqrt{6}$	$\sqrt{66}$	$\sqrt{666}$	$\sqrt{6666}$	$\sqrt{0,66666}$
Искомая сумма					

5. Упростите:

а) $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{121}}$;

в) $\frac{\sqrt{2,5}}{\sqrt{1,6}}$;

б) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{162}}$;

г) $\frac{\sqrt{\frac{196}{13}}}{\sqrt{\frac{25}{13}}}$.

114

С-12. Корень из произведения и частного, произведение...

6. Числа a и b таковы, что $\begin{cases} a-b=36, \\ a+b=144. \end{cases}$ Не решая системы,

вычислите:

а) $\sqrt{\frac{a^2+ab}{a^2-ab}}$;

б) $\sqrt{a^2-b^2}$.

7. Вычислите корень, преобразовав подкоренное выражение в произведение:

а) $\sqrt{26^2-24^2}$;

в) $\sqrt{51^3 \cdot 2^2 - 51^2 \cdot 2^3}$;

б) $\sqrt{145^2-144^2}$;

г) $\sqrt{(101^2+97^2)^2-(101^2-97^2)^2}$.

8. Пусть положительные числа a ; b ; c таковы, что $a^2 + b^2 = c^2$. Заполните пустые клетки таблицы:

a	6		30	12	47,5
b	8	4			
c		5	50	13	96,5

9*. При каких значениях переменной x выполняется равенство:

$$\sqrt{(x-2)(x-8)} = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-8} ?$$

10*. При каких значениях параметра a прямая

$y = ax - 1$ не имеет общих точек с графиком функции

$$y = \frac{\sqrt{x(x-3)}}{\sqrt{x^2-3}} ?$$

С-12. Корень из произведения и частного, произведение и частное квадратных корней

1. Вычислите:

а) $(\sqrt{25} \cdot \sqrt{9})^2$;

в) $\left(\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{36}}\right)^2$;

б) $(\sqrt{10} \cdot \sqrt{41})^2$;

г) $\left(\frac{\sqrt{47}}{\sqrt{6}}\right)^2$.

2. Вычислите значение выражения $\sqrt{a \cdot b}$ при:

а) $a = 25, b = 49$;

в) $a = 0,09, b = 169$;

б) $a = 100, b = 9$;

г) $a = 360000, b = 49$.

3. Вычислите значение выражения $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ при:

а) $a = 25, b = 49$;

в) $a = 4,9, b = 250$;

б) $a = 18, b = 200$;

г) $a = 480, b = 1080$.

4. Найдите значение выражений:

а) $\sqrt{\frac{100}{49}}$;

в) $\sqrt{12\frac{1}{4}}$;

б) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$;

г) $\sqrt{1 - \frac{144}{169}}$.

С-13. Корень из степени, возведение корня в степень

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{12,7^2}$;

в) $\sqrt{(-129)^2}$;

б) $\sqrt{310^2}$;

г) $\sqrt{\left(-\frac{31}{33}\right)^2}$.

2. Упростите выражение: $\sqrt{(-41)^2} + (\sqrt{41})^2 + \sqrt{41^2}$.

3. Извлеките квадратный корень из чисел:

а) 2^8 ;

в) $3^{26} \cdot 11^{24} \cdot 13^{20}$;

б) 3^{18} ;

г) $3^{11} \cdot 11^{29} \cdot 33^5$.

4. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{10^{12} - 10^{11}}}{10^4}$;

б) $\frac{\sqrt{15^{17} + 15^{16}}}{3^8 \cdot 5^9}$.

5. Найдите значение выражений:

а) $\sqrt{(2^6 - 3^3)^2}$;

в) $\sqrt{(2^{20} - 4^{10})^2}$.

б) $\sqrt{(2^3 - 3^4)^2}$;

5. Найдите значение выражений:

а) $\sqrt{(2^6 - 3^3)^2}$;

в) $\sqrt{(2^{20} - 4^{10})^2}$.

б) $\sqrt{(2^3 - 3^4)^2}$;

6. Вычислите:

а) $\sqrt{(3 + \sqrt{7})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$;

б) $\sqrt{(1 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{7})^2}$.

7*. Упростите выражение:

а) $2\sqrt{x^2} + 5(\sqrt{x})^2$;

в) $3\sqrt{(-a)^2} + 4(\sqrt{a})^2$;

б) $3\sqrt{y^2} + 4(\sqrt{-y})^2$;

г) $3\sqrt{(-z)^2} + 4(\sqrt{-z})^2$.

8*. Постройте график функции: $y = \sqrt{(-\sqrt{x} - 4)^2} - \sqrt{x}$.

9*. В каких из приведенных равенств знак модуля можно не писать, а в каких писать обязательно (укажите соответствующие буквы в таблице)?

Равенства, в которых знак модуля можно не писать	Равенства, в которых знак модуля писать обязательно

а) $\sqrt{3^{44}} = |3^{22}|$;

б) $\sqrt{a^{48}} = |a^{24}|$;

в) $\sqrt{c^{42}} = |c^{21}|$;

г) $\sqrt{(x^2 - y^2)^2} = |x^2 - y^2|$;

д) $\sqrt{(x^2 + y^2)^2} = |x^2 + y^2|$;

е) $\sqrt{(6 - \sqrt{33})^2} = |6 - \sqrt{33}|$;

ж) $\sqrt{(\sqrt{y} - 2)^2} = |\sqrt{y} - 2|$;

з) $\sqrt{(\sqrt{y} + 2)^2} = |\sqrt{y} + 2|$.

10*. Докажите, что если натуральное число m имеет ровно три различных натуральных делителя, то число $\sqrt{m}$ также натуральное.

С-14. Вынесение множителя из-под знака корня

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{3 \cdot 5^2}$; б) $\sqrt{3 \cdot 7^4}$; в) $\sqrt{3 \cdot 11^3}$; г) $\sqrt{9 \cdot 5^5}$; д) $\sqrt{3^5 \cdot 5^7}$.

2. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{90}$; г) $\sqrt{7200}$;

б) $\sqrt{300}$; д) $\sqrt{0,03}$.

в) $\sqrt{9000}$;

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{36x}$; б) $\sqrt{24y}$; в) $\sqrt{72z}$; г) $\sqrt{80t}$.

4. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{3x^2}$; б) $\sqrt{5y^5}$; в) $\sqrt{75a^8}$; г) $\sqrt{8z^6}$.

5. Упростите:

а) $\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{45}$;

б) $3\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$.

6. Найдите значение выражения:

$$\frac{\sqrt{100x} + 3\sqrt{36x} - 2\sqrt{16x}}{\sqrt{5x}} .$$

7*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $\sqrt{-x^9} = -x^4 \sqrt{-x}$;

б) $\sqrt{-x^9} = x^4 \sqrt{-x}$;

в) $\sqrt{-x^9} = -x^4 \sqrt{x}$;

г) $\sqrt{-x^9} = x^4 \sqrt{x}$;

д) выражение $\sqrt{-x^9}$ – не определено.

Верные высказывания	Неверные высказывания

118

С-14. Вынесение множителя из-под знака корня

8*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $\sqrt{-x^3} = -x\sqrt{-x}$;

б) $\sqrt{-x^3} = x\sqrt{-x}$;

в) $\sqrt{-x^3} = x\sqrt{x}$;

г) $\sqrt{-x^3} = -x\sqrt{x}$;

д) выражение $\sqrt{-x^3}$ – не определено.

Верные высказывания	Неверные высказывания

9*. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{-5x^3}$;

в) $\sqrt{-36a^7}$;

б) $\sqrt{-3y^5}$;

г) $\sqrt{-75c^9}$.

10*. В каких из приведенных равенств знак модуля можно не писать, а в каких писать обязательно (укажите соответствующие буквы в таблице)?

Равенства, в которых знак модуля можно не писать	Равенства, в которых знак модуля писать обязательно

а) $\sqrt{3y^2} = |y| \cdot \sqrt{3}$;

б) $\sqrt{13a^3} = |a| \cdot \sqrt{13a}$;

в) $\sqrt{7x^8} = |x^4| \sqrt{7}$;

г) $\sqrt{8d^{14}} = 2|d^7| \sqrt{2}$;

д) $\sqrt{-75x^9} = 5|x^4| \sqrt{-3x}$;

е) $\sqrt{-32y^{11}} = 4|y^5| \sqrt{-2y}$.

С-15. Внесение множителя под знак корня

1. Внесите множитель под знак корня:

a) $3\sqrt{2}$;

B) $2\sqrt{5}$;

6) $4\sqrt{3}$;

г) $7\sqrt{7}$.

2. Внесите множитель под знак корня:

a) $3^7 \sqrt{\frac{3}{3^{13}}}$;

В) $27^7 \sqrt{\frac{7}{9^{42}}}$;

6) $2^3 \sqrt{\frac{5}{2^7}}$;

г) $10^2 \sqrt{0,0003}$.

3. Внесите множитель под знак корня:

a) $-3\sqrt{2}$;

B) $-2\sqrt{5}$;

6) $-4\sqrt{3}$;

г) $-7\sqrt{7}$.

4. Внесите множитель под знак корня:

a) $3\sqrt{2a}$;

B) $2\sqrt{5c}$;

6) $4\sqrt{3b}$;

г) $7\sqrt{7d}$.

5. Найдите сумму двух соседних целых чисел, между которыми находится данное иррациональное число:

a) $3\sqrt{2}$;

B) $2\sqrt{5}$;

6) $4\sqrt{3}$;

г) $-2\sqrt{7}$.

6. Сравните числа:

а) $2\sqrt{5}$ и $5\sqrt{2}$;

б) $5 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$ и $2\sqrt{2,5}$;

в) $789\sqrt{13}$ и $\sqrt{19}-11$.

120

С-15. Внесение множителя под знак корня

7. Расположите числа в порядке возрастания:

$4\sqrt{2}; 4-\sqrt{17}; -3\sqrt{2}; \sqrt{36,5}; (\sqrt{321}-6)^0$.

8*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $-y\sqrt{y} = -\sqrt{-y^3}$;

в) $-y\sqrt{y} = \sqrt{y^3}$;

б) $-y\sqrt{y} = \sqrt{-y^3}$;

г) $-y\sqrt{y} = -\sqrt{y^3}$;

д) в случае $-y\sqrt{y}$ операция внесения множителя под знак радикала не выполняема.

Верные высказывания	Неверные высказывания

9*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $x\sqrt{-x} = \sqrt{x^3}$;

б) $x\sqrt{-x} = -\sqrt{-x^3}$;

в) $x\sqrt{-x} = -\sqrt{x^3}$;

г) $x\sqrt{-x} = \sqrt{-x^3}$;

д) в случае $x\sqrt{-x}$ операция внесения множителя под знак радикала не выполняема.

Верные высказывания	Неверные высказывания

10*. Внесите множитель под знак корня:

а) $c\sqrt{7c}$;

в) $2a\sqrt{-6a}$;

б) $-7x\sqrt{3x}$;

г) $-7y\sqrt{-7y}$.

1. Упростите выражения:

а) $(\sqrt{11}-\sqrt{3})(\sqrt{11}+\sqrt{3})$;

б) $(5\sqrt{5}-3\sqrt{2})(3\sqrt{5}+5\sqrt{2})+8\sqrt{40}$;

в) $\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})-\sqrt{y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})$.

2. Вычислите:

а) $(6-\sqrt{11})^2+(2+3\sqrt{11})^2$;

б) $\frac{(3\sqrt{5}-\sqrt{7})^2-(1-\sqrt{35})^2-16}{\sqrt{140}}$.

3. Упростите:

а) $\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$;

б) $\frac{4x-5y}{2\sqrt{x}+\sqrt{5y}}$;

в) $\left((3\sqrt{x}-5\sqrt{y})^2-(3\sqrt{x}+5\sqrt{y})^2\right)^2$.

4. Упростите: $\left(\frac{1}{\sqrt{a}+b}-\frac{1}{\sqrt{a}-b}\right):\frac{2b}{a^2-b^4}$.

4. Упростите: $\left(\frac{1}{\sqrt{a+b}} - \frac{1}{\sqrt{a-b}} \right) : \frac{2b}{a^2-b^4}.$

5*. Внесите множитель под знак корня:

а) $(1+\sqrt{5}) \cdot \sqrt{6-2\sqrt{5}};$

б) $(3-\sqrt{10}) \cdot \sqrt{5+2\sqrt{10}}.$

122

С-16. Действия с корнями

6. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt{7}};$

в) $\frac{5}{\sqrt{15}};$

б) $\frac{5}{\sqrt{6}};$

г) $\frac{1}{41\sqrt{2}}.$

7. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt{3}-1};$

в) $\frac{8}{\sqrt{11}-\sqrt{3}};$

б) $\frac{2}{\sqrt{5}+1};$

г) $\frac{2}{41\sqrt{3}-41}.$

8*. Решите уравнения:

а) $\sqrt{x-2}=3$;

б) $\sqrt{x-10\sqrt{2}}=5-\sqrt{2}$;

в) $\sqrt{x-4\sqrt{7}}=2-\sqrt{7}$.

9*. Постройте график функции $y=4+\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ и определите, сколько у этого графика общих точек с прямой $y=5+x$.

10*. Пусть $x+\frac{4}{x}=11$. Найдите значение выражения $\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}$.

1. Упростите выражение:

а) $(3-\sqrt{2})^2 - 6\sqrt{11-6\sqrt{2}}$;

б) $(2-\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

2. Сравните числа $\frac{2}{\sqrt{35}-\sqrt{33}}$ и $\frac{4}{\sqrt{31}-\sqrt{27}}$ (советуем избавиться от иррациональности в знаменателях дробей).

3. Определите:

а) Между какими соседними натуральными числами находится число $2\sqrt{10}$;

б) Найдите ближайшее к $\sqrt{10}$ целое число.

4. Пусть $x = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$.

а) Найдите x^2 .

б) Каким числом является число x : натуральным, целым, отрицательным, иррациональным?

5. Упростите выражение $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}$ и вычислите его значение при $x=1,1$, $y=\frac{1}{9}$.

5. Упростите выражение $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}$ и вычислите его значение при $x=1,1$, $y=\frac{1}{9}$.

6*. Является ли число $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ корнем уравнения $y^4 - 10y^2 + 1 = 0$?

7*. Найдите сумму: $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \dots - \frac{1}{\sqrt{121}-\sqrt{120}}$.

124

С-17*. Квадратные корни

8*. Найдите все такие натуральные числа a и b , что $\sqrt{43+30\sqrt{2}} = a+b\sqrt{2}$.

9*. Сократите дроби:

а) $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{-y}}$;

б) $\frac{16x-5y}{4\sqrt{-x}+\sqrt{-5y}}$.

10*. Постройте график функции

$$y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}$$

и определите, при каких значениях параметра b этот график не имеет общих точек с прямой $y=b+x$.